

Gribouille & Co.

Paris, le mercredi 10 mai 1989

Gribouille and   numéro 1 : "Symboles mathématiques"
fiche rédigée par Roger Le Masne

Les amis de Gribouille   communiquent

SYMBOLES MATHÉMATIQUES

Il va sans dire qu'un texte s'adressant au mathématicien doit être écrit en langage de mathématicien et non d'informaticien. On ne comprendrait pas $\sqrt{5}$ au lieu de $\sqrt{5}$ par exemple. Les fractions doivent être correctement présentées. L'ensemble doit être beau à l'œil et agréable à regarder. L'utilisateur de Gribouille se doit de ne présenter que des textes parfaits dans leur forme d'autant plus que Gribouille lui en donne la possibilité.

Après quelques préliminaires propres à l'imprimante (nous ne retenirons ici que l'imprimante ImageWriter) nous nous limiterons à la réalisation des indices, exposants, fractions, radicaux et signe mathématique d'intégrale. On indiquera également comment superposer indice et exposant.

Préliminaires propres à l'imprimante

Les points à connaître sont essentiellement les mouvements de la tête de l'imprimante, en avant et en arrière, tant dans le sens vertical que dans le sens horizontal. (En fait pour ces derniers, tout comme nous disons abusivement que le soleil tourne autour de la terre, nous parlons du mouvement relatif puisque c'est le papier qui se déplace par rapport à la tête). Il faut y ajouter la création de caractères qui peut se faire directement sur l'imprimante mais que Gribouille permet avec une grande facilité.

Symboles mathématiques

Mouvements verticaux de la tête de l'imprimante

Nous supposons que nous utilisons le caractère Elite (12 caractères au pouce soit 4.8 caractères par cm, le pouce valant sensiblement 2.55 cm) avec un interligne de 6 lignes au pouce (environ 2.35 lignes par cm), laissant à l'utilisateur le soin d'effectuer les adaptations nécessaires s'il en éprouve le besoin.

Rappelons aussi que Gribouille permet l'envoi des codes de commande à l'imprimante en utilisant pomme-ouverte-I (nous écrirons désormais $\hat{\circ}$ plutôt que pomme-ouverte), donc $\hat{\circ}$ -I.

Mouvements verticaux de la tête de l'imprimante

La tête peut être entraînée vers le haut ou vers le bas grâce aux codes suivants (par ESC nous entendons évidemment la touche "escape") :

ESC f vers le bas (mouvement normal)

ESC r vers le haut

Lors de chaque mise sous tension l'entraînement vers le bas est sélectionné automatiquement.

D'autre part pour chaque mouvement vertical (vers le haut ou vers le bas), la longueur du déplacement peut être déterminée avec précision. En effet le pouce est divisé pour cela en 144 parties et le déplacement peut s'effectuer par fractions de 1/144 de pouce. Notons déjà que l'interligne que nous trouvons au démarrage de l'imprimante (6 lignes au pouce, nous écrirons 6 l/pouce) correspond à un déplacement de 24/144 de pouce (4.2 mm). S'il avait été de 8 l/pouce, le déplacement aurait été de 18/144. En effet $1/6 = 24/144$ et $1/8 = 18/144$.

Le code-imprimante qui permet de déterminer la longueur du déplacement exprimée en 1/144 de pouce est ESC T nn, nn variant de 01 à 99. (On ne va pas jusqu'à 144. Bien noter que T exige deux chiffres). Ainsi si, l'interligne normal étant de 6 l/pouce, nous choisissons nn inférieur à 24, les lignes seront plus rapprochées que la normale, supérieur à 24 elles seront plus espacées.

Notons également les équivalences

ESC A = ESC T 24 (6 l/pouce)

ESC B = ESC T 18 (8 l/pouce)

ce qui signifie que pour revenir plus commodément aux interlignes de 6 ou 8 l/pouce on peut taper A ou B plutôt que T 24 ou T 18.

Il nous faut encore un élément, c'est la commande du passage à la ligne suivante (qui pourra être au-dessus ou au-dessous suivant le sens de déplacement de la tête que nous aurons commandé). Nous obtenons cela par Ctrl-J (appuyer sur la touche "control" et simultanément sur J majuscule).

Forts de ces outils vous êtes désormais en mesure de réaliser indices, exposants et fractions, clairs et agréablement disposés. Mais Gri-bouille toujours complaisant va vous conduire jusqu'au bout (ou presque car il vous faudra tout de même quelques adaptations propres à votre travail).

Rappelons tout de même que les codes-imprimante sont envoyés à celle-ci par "brouettée" de 6, si l'on ose dire, les deux brancards de la brouette, représentés par des accents circonflexes, étant ̂-I pour le brancard de gauche et un accent circonflexe pour celui de droite. Ajoutons que deux accents circonflexes juxtaposés peuvent être supprimés.

MAIS SURTOUT il faut savoir qu'il est nécessaire de valider une fois pour toutes l'avancement d'interligne. Pour ce faire il faut envoyer à l'imprimante, entre un ̂-I et un accent circonflexe, la commande ESC I 1 (touche Escape, 1 minuscule comme dans liberté, et chiffre 1).

Avant d'entrer dans le vif du sujet, notons que descendre de $xx/144$ de pouce par ESC Txx Ctrl-J ou monter, à partir de la ligne suivante du complément à 24, c'est-à-dire $(24 - xx)/144$ de pouce sont des mouvements équivalents. Par exemple tapons les deux lignes suivantes, la première commandant une descente de $8/144$ de pouce et la seconde une montée de $16/144$ (le blanc dur est matérialisé sur le papier par ■).

```
̂-I ESC T08 Ctrl-J ^ n■̂-I ESC r Ctrl-J ESC A ^
̂-I ESC T16 ESC r Ctrl-J ^ ■p̂-I ESC f Ctrl-J ESC A ^
```

Nous obtenons une seule ligne

np

alors que sur l'écran le n et le p figurent sur deux lignes successives.

Amusons-nous enfin en formant un chevron

1²3⁴5⁴3²1

la ligne unique du chevron est la suivante

```
̂-I ESC T08 ESC r Ctrl-J 1 ̂-I ESC T08 Ctrl-J 2 ̂-I ESC T08 Ctrl-J 3 ̂-I
ESC T08 Ctrl-J 4 ̂-I ESC T08 Ctrl-J 5 ̂-I ESC T08 Ctrl-J 4 ̂-I ESC T08
Ctrl-J 3 ̂-I ESC T08 Ctrl-J 2 ̂-I ESC T08 Ctrl-J 1 ^
```

Il faudra ensuite, évidemment supprimer le nombre utile de lignes par la commande de mise en page ̂-WOLn (ôter n lignes).

Remarque 1. Il peut être intéressant de noter que la fonction "Recherche" permet très facilement de transcrire de façon lisible la suite des codes comme on vient de le faire, il suffit par exemple de substituer au signe " en inverse, qui matérialise sur l'écran la touche "escape", les lettres ESC, et les autres caractères à l'avenant).

Symboles mathématiques

Mouvements verticaux de la tête de l'imprimante

Remarque 2. Nous utiliserons au maximum dans la suite la possibilité de création de caractères que donne Gribouille. Nous créons entre autres pomme ouverte : \odot , x et y en écriture cursive : α , γ , le signe "multiplié par" : \times , la suite des chiffres de plus petite taille comme indiqué ci-dessous pour indices et exposants, des lettres plus petites également : n , p ou même d'autres lettres, le signe "racine" : $\sqrt{\quad}$ ou encore le blanc dur : ␣ , la liste n'est pas limitative.

Indices

Chacun sait qu'on appelle "indice" un chiffre ou une lettre placé à droite et légèrement en contre-bas d'un caractère pour l'affecter d'une autre valeur, par exemple a_2 . Comment l'obtenir ?

Tout simplement en tapant a puis immédiatement après ESC Tnn en choisissant convenablement nn. Nous préconisons 08 ce qui donne 1/3 de ligne dans le cas 6 l/pouce, mais vous pouvez préférer T07 ou T09 ou toute autre valeur. Ensuite un Ctrl-J va déclencher le passage à la ligne suivante, c'est-à-dire plus bas puisque nous n'avons pas changé le sens du déplacement de la tête, mais 1/3 de ligne plus bas. Enfin nous tapons l'indice, ici 2.

Il nous faut revenir maintenant au niveau de la ligne soit 8/144 de pouce plus haut. Changeons alors le sens de déplacement de la tête par ESC r et commandons le mouvement par Ctrl-J, nous montons alors de l'interligne en vigueur qui est resté 8/144. Ce n'est pas tout à fait terminé, il nous faut rétablir le sens normal de défilement de la tête par ESC f et l'interligne courant par ESC T24 ou mieux ESC A.

Voici donc la suite de ces manoeuvres dans laquelle sont inclus les codes d'envoi à l'imprimante, la touche esc étant représentée par les trois lettres ESC :

```

Q-I ESC T08 Ctrl-J ^ 2 Q-I ESC r Ctrl-J ESC f ESC ^ Q-I A ^
/ 1 234 5 / / 1 2 3 4 5 6 // 1 /

```

Nous avons numéroté les codes des objets placés dans chaque brouette, les brancards étant représentés par ce que l'on appelle slash, "/". La première brouette, avec 5 objets, n'est pas pleine. La seconde l'étant il a fallu aller en chercher une troisième pour le seul code A, le ESC ayant trouvé place dans la précédente. Essayons maintenant

a_2

C'est réussi mais pas tout à fait aussi beau que plus haut, le 2 est un peu lourd. Qu'à cela ne tienne, réalisons un 2 plus petit à l'aide de la création de caractères que nous offre Gribouille comme celui-ci : 2, et recommandons :

a_2

Et le tour est joué. Au point où nous en sommes nous avons créé une série de chiffres plus petits de 0 à 9:

```

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

```

Cela nous sera utile dans d'autres cas, notamment pour les radicaux.

Symboles mathématiques
Exposants

Exposants

Il s'agit du chiffre placé en haut et à droite représentant l'élevation à une puissance, (ou encore un indice haut dans certains cas), par exemple

$$e^{in} = -1$$

(Que les personnes sensibles à ce genre de beauté admirent au passage la plus belle formule des mathématiques dans laquelle sont réunis en si peu d'espace le nombre e, base des logarithmes népériens, i, symbole des nombres imaginaires (ou complexes, $i = \sqrt{-1}$), n, le nombre bien connu, longueur de la circonférence de diamètre 1 et enfin 1 le premier de tous les nombres, à moins que ce soit le zéro).

On opère comme pour l'indice à cela près que le mouvement vers le haut précède ici le mouvement vers le bas, il faut commencer par un ESC r :

Q-I ESC T08 ESC r ^ Q-I Ctrl-J ^ 2 Q-I ESC f Ctrl-J ESC A ^
/ 1 234 5 6 // 1 / / 1 2 3 4 5 /

Cela paraît bien compliqué, mais quand tout est solidement implanté dans le glossaire, les choses se passent sans difficulté. C'est sans problème que vous écrirez la formule fondamentale de la trigonométrie

$$\cos^2x + \sin^2x = 1$$

Fractions

Typographiquement une fraction se compose d'un numérateur, d'une barre dite de fraction et d'un dénominateur. Ce sont ces trois éléments qu'il s'agit de disposer sur le papier. Bien sûr nous tenons à ce que la barre de fraction soit bien placée, c'est-à-dire à mi-hauteur de la ligne et axée sur les signes + et -. Il faudra alors que le numérateur soit légèrement surélevé, quant au dénominateur on le placera à la ligne suivante mais surélevé également.

Donc quand nous frapperons la ligne dans laquelle se trouve le numérateur, arrivés à celui-ci nous remonterons l'impression de la quantité voulue et écrirons le numérateur souligné. Pour le dénominateur, tapé à la ligne suivante, nous opérerons de même à la différence près qu'il n'y a pas lieu de le souligner. L'expérience montre que l'on peut monter le numérateur de 10/144 de pouce (ESC T10) de façon que la barre de fraction (trait soulignant le numérateur) soit à la bonne hauteur. A la ligne suivante il est souhaitable de monter le dénominateur de 14/144 de pouce (ESC T14). Voici donc la suite des codes (que nous donnerons maintenant sans les \hat{Q} -I pour une raison de clarté).

numérateur ESC r ESC T10 Ctrl-J \hat{Q} -WSL num \hat{Q} -WNS ESC f Ctrl-J ESC A
dénominateur ESC r ESC T14 Ctrl-J dén ESC f Ctrl-J ESC A

Chacune de ces deux suites, assortie des \hat{Q} -I utiles, peut faire l'objet d'un article du glossaire, par exemple G-NUM et G-DEN. Pour la commodité on a inscrit dans le corps même des formules les expressions "num" et "dén" auxquelles il y a lieu, bien entendu, de substituer numérateur et dénominateur réels. Voici par exemple

$$y = \frac{ax + b}{cx + d}$$

Ayant monté le numérateur celui-ci risque d'être trop rapproché de la ligne précédente, c'est pourquoi il est préférable de baisser au préalable la ligne comportant la fraction, par exemple de 10/144 de pouce par l'expression (que nous introduirons dans le glossaire sous le code G-AVF, avant fraction par exemple)

G-AVF ESC T10 Ctrl-J ESC A

de même on remontera le texte qui suit la fraction de 8/144 de pouce

G-APF ESC r ESC T08 Ctrl-J ESC f ESC A

c'est ce qui a été fait pour l'exemple ci-dessus.

Notons au passage que la clé G-AVF peut être avantageusement utilisée lorsqu'on veut décaler la ligne suivante de moins d'un interligne, par exemple dans le cas d'un exposant.

Symboles mathématiques
Fractions

Numérateur et dénominateur doivent être correctement centrés l'un sur l'autre. Avec un peu d'exercice on y arrive facilement et même à la première frappe en comptant les caractères et espaces :

par exemple $A = \frac{ax + by + c}{dx + e}$ et $B = \frac{ax + b}{cx + dy + e}$

Notons aussi que les fractions peuvent être centrées dans la largeur de la page à l'aide de \odot -WJM à condition de compléter, s'il y a lieu, l'un des deux termes de la fraction par le nombre d'espaces (voire espaces durs) utiles. Enfin si, avec un peu d'habitude, l'on arrive à placer correctement en regard numérateur et dénominateur, n'oublions pas que le zoom est d'une grande aide pour s'assurer que les choses sont bien en place, le contrôle définitif se faisant à la visualisation.

Indice ou exposant dans les fractions

Prenons le cas d'un exposant tant au numérateur qu'au dénominateur.
Par exemple nous voulons obtenir

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx^2 + ex + f}$$

On opérera de la façon suivante (parmi d'autres possibles).

On tapera successivement quatre lignes correspondant à

- . la ligne des exposants du numérateur
- . la ligne du numérateur (souligné)
- . la ligne des exposants du dénominateur
- . la ligne du dénominateur

Ces lignes seront montées de la quantité nécessaire au choix de chacun.
Nous préconisons après essais 18/144 de pouce pour la première et respectivement 10/144, 15/144 et 19/144 pour les trois suivantes. L'ensemble des codes peut alors être le suivant

```
ESC T18 exp
ESC r ESC T10 Ctrl-J ó-WSL num ó-WNS ESC f Ctrl-J ESC A
ESC r ESC T15 Ctrl-J exp ESC f ESC A
ESC r ESC T19 Ctrl-J dén ESC f Ctrl-J ESC A
```

"exp", "num" et "dén" désignant respectivement exposant, numérateur et dénominateur.

Ici encore on pourra centrer la fraction en complétant avec des blancs durs. Par exemple

```
#####2#####
y#=#ax##+#bx##+#c
#####2#####
#####dx##+#ex##+#f
```

On laissera à l'utilisateur le soin de faire les adaptations nécessaires dans le cas d'indices ou de toutes autres dispositions.

Symboles mathématiques
Indice et exposant superposés

Indice et exposant superposés

Au point où nous en sommes allons plus loin. Comment élever au cube le paramètre a_1 ? De la même façon que plus haut. Nous allons l'expliquer brièvement.

$$a_1^3$$

voici la suite des codes

Q-I ESC T08 ^ #3

a

Q-I ESC T08 Ctrl-J ^ #1 Q-I ESC Ctrl-J ESC f ESC A ^

Autre exemple, la formule donnant le nombre de combinaisons de n objets pris p à p s'écrira :

$$C_n^p = \frac{n!}{(n-p)! p!}$$

ou encore suivant une notation nouvelle

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{(n-p)! p!}$$

(Rappelons que la notation $n!$ [on dit "factorielle n "] représente le produit des nombres successifs de 1 à n : $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times n$).

Radicaux

Nous nous limiterons au cas des racines carrées. Il s'agit d'obtenir le dessin du radical $\sqrt{\quad}$ et de placer au dessous du trait horizontal le radicande, c'est-à-dire le nombre dont on cherche la racine, par exemple 5 pour obtenir $\sqrt{5}$, en fait nous prendrons le 5 réduit, 5 pour qu'il puisse se loger sous le radical. Commençons par réaliser $\sqrt{5}$.

Pour cela nous dessinerons le caractère $\sqrt{\quad}$ puis le caractère 5 que nous accolerons au précédent de façon à former le radical $\sqrt{\text{5}}$. Il faudra ensuite introduire le 5 sous le radical ce que nous ferons par superposition de ces deux caractères en utilisant le pas arrière, 5 -. $\sqrt{5}$ sera donc obtenu par la suite de caractères $\sqrt{\quad}\text{5}$ -. Si le radicande était plus long, 50 par exemple, nous aurions prolongé le trait horizontal d'un caractère et superposé à ce second trait un zéro en utilisant un nouveau pas arrière, $\sqrt{\quad}\text{5}$ -. 0 ce qui nous aurait donné $\sqrt{50}$. Comprenons bien le mot "superposé" qui ici semble déplacé puisque le 0 est placé sous le radical, il signifie seulement que l'on imprime les deux caractères l'un sur l'autre, c'est-à-dire au même emplacement.

Rien ne nous empêche maintenant de faire des radicaux aussi longs que nous voulons, par exemple $\sqrt{ax+by+cz+d}$. Nous pourrions ainsi placer sous le radical ce que nous voudrions à condition que la dimension des caractères introduits le permette. A chacun de jouer en créant les caractères qui lui sont nécessaires. Et pourquoi ne pas créer des caractères sur deux lignes de hauteur ce qui multiplie les possibilités. En attendant comment obtenir

$$\text{côté du pentagone régulier (cercle de rayon 1)} = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{2} ?$$

Tout simplement en créant les caractères $\sqrt{\quad}$ et 5 qui accolés donnent $\sqrt{\text{5}}$, l'ensemble étant placé dans le numérateur de la fraction. On pourra aussi placer un radical au dénominateur comme ceci

$$\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{\sqrt{10-2\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$$

qui est le nombre d'or.

Et les matheux pourront construire, caractère par caractère, le terme général de la série de Fibonacci qui est

$$u_n = \frac{(1 + \sqrt{5})^n - (1 - \sqrt{5})^n}{2^n \sqrt{5}}$$

L'utilisateur de racines cubiques ou de puissances plus élevées cherchera comment placer un petit 3 (ou 4 ou 5) dans le $\sqrt{\quad}$ du radical, il est probable qu'il devra créer des caractères sur plusieurs lignes.

Symboles mathématiques
Intégrales

Intégrales

On peut également avoir besoin si l'on fait du calcul intégral du signe "somme" : \int . Il suffit de le dessiner en caractères personnalisés.

Chacun peut donner libre cours à ses dons d'artistes; pour nous, nous proposons le dessin suivant sur deux caractères placés en regard sur deux lignes successives

```
12345678
10000000
20000000
30000000
40000000
50000000
60000000
70000000
80000000
90000000
10000000
20000000
30000000
40000000
50000000
60000000
70000000
80000000
90000000
```

Et l'on pourra écrire

$$I = \int_a^b f(x) dx$$

La suite des codes est la suivante, -i- et -j- étant les caractères supérieur et inférieur personnalisés pour constituer le signe \int

```
ESC r ESC T10 Ctrl-J -i- ESC f Ctrl-J ESC A ESC T14 ESC r Ctrl-J b ESC f
Ctrl-J ESC A f(x) dx
ESC r ESC T18 Ctrl-J -j- ESC f Ctrl-J ESC A
ESC T38 ESC r Ctrl-J a ESC f Ctrl-J ESC A
```

*

* *

Gribouille espère vivement que toutes ces indications, et d'autres que vous découvrirez et voudrez bien lui communiquer vous permettront de créer de magnifiques oeuvres d'art. Il vous souhaite bon courage.

(fiche rédigée par Roger le Masne)